

文章编号: 2095-2163(2021)02-0190-05

中图分类号: TN384

文献标志码: A

# 波纹梁夹持型双平行四边形柔性机构性能分析

席守治, 赖磊捷

(上海工程技术大学 机械与汽车工程学院, 上海 201620)

**摘要:**为解决传统双平行四边形柔性机构中二级运动平台欠约束问题,设计了一种波纹梁夹持型对称双平行四边形柔性机构。首先,提出了一种基于正弦曲线的波纹梁结构,并将其安装在对称双平行四边形机构的2个二级平台之间;其次,建立了机构静力学解析模型,并利用拉格朗日方程建立了动力学模型;最后,利用有限元和实验方法对其静、动力学性能进行了仿真和测试。结果表明:该机构在没有改变机构运动刚度和一阶固有频率的情况下,对二级平台进行了有效约束,从而提升了双平行四边形机构的高阶固有频率,能够有效改善传统双平行四边形机构的动力学特性和抑制振动能力。

**关键词:** 柔性机构; 波纹梁; 平行四边形机构; 欠约束; 模态分析

## Performance analysis of parallelogram flexible mechanism clamped by corrugated beam

XI Shouzhi, LAI Leijie

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

**[Abstract]** In order to solve the under-constraint problem of the secondary motion platform in the traditional double parallelogram flexible mechanism, a corrugated beam clamping symmetrical double parallelogram flexible mechanism is designed. First, a corrugated beam structure based on a sine curve is proposed and installed between the two secondary platforms of the symmetrical double parallelogram mechanism; secondly, an analytical model of mechanism statics is established, and a dynamic model is established using Lagrangian equations; finally, finite element and experimental methods are used to simulate and test its static and dynamic performance. The results show that the mechanism effectively restrains the secondary platform without changing the stiffness of the mechanism and the first-order frequency, and improves the high-order natural frequency of the double parallelogram mechanism, thereby effectively improving dynamic characteristics and ability to suppress vibration of the traditional double parallelogram mechanism.

**[Key words]** flexible mechanism; corrugated beam; parallelogram mechanism; under-constraint; modal analysis

## 0 引言

随着精密加工、微电子、航空航天、生物工程等领域的迅速发展,基于压电陶瓷驱动器和柔性机构的微纳米定位技术得到了广泛应用<sup>[1]</sup>。其中,柔性机构通过其柔性部件的弹性变形来实现微纳米定位运动,具有装配少、无摩擦、无间隙、无需润滑和运动精度高等优点,是微纳米定位技术的理想选择<sup>[2-5]</sup>。柔性机构中,双平行四边形机构具有行程大,应力小等优点<sup>[6]</sup>,现已成功应用在大行程微纳米定位平台中。虽然双平行四边形柔性模块在其自由度方向能够实现大行程运动范围,但由于双平行四杆柔性机构中的二级平台存在与末端平台相同的自由度,造成了二级平台的欠约束问题<sup>[7]</sup>,随着其工作方向行程的增加,平台约束方向的侧向刚度迅速下降,并且

二级平台的高阶振动同样也会对定位平台的控制器设计和动态性能产生不良影响。

为了解决上述问题,常见的方法是运用杠杆机构强制使中间平台和末端平台实现1:2的位移比<sup>[8-9]</sup>。基于此思路,Panas等人<sup>[10]</sup>提出了在双平行四边形柔性机构中嵌入梯形远程运动中心机构来模拟杠杆的作用,从而实现对末端平台和中间平台的运动位移进行约束。改进后的机构中间平台的约束方向刚度提升了134倍,并且在保证一阶固有频率基本不变的情况下,将二阶谐振频率提升了11倍。基于该类改进的双平行四边形机构,Roy等人<sup>[11]</sup>设计了一种行程达到50 mm×50 mm的二自由度柔性纳米定位平台,由于使用了内嵌梯形机构的双平行四边形柔性模块,其二阶固有频率从25 Hz提升至86 Hz,而其一阶谐振频率保持在

基金项目:国家自然科学基金(51605275)。

作者简介:席守治(1992-),男,硕士研究生,主要研究方向:柔性微纳米定位技术与控制研究;赖磊捷(1986-),男,博士,副教授,主要研究方向:微位移驱动控制研究。

收稿日期:2020-09-27

6 Hz。另外,Awtar 等人<sup>[1]</sup>也设计了一种夹持型对称双平行四边形柔性机构,在保证运动方向刚度不变的情况下,对双平行四边形机构的二级运动平台进行了约束,提升机构的侧向刚度,有效减少了寄生位移,但由于该机构增加了夹持部分的质量,其一阶固有频率会有一定程度的降低。

本文提出了一种波纹梁夹持型双平行四边形柔性机构,该机构能够在保持工作方向刚度和一阶固有频率同时不变的基础上,解决平行四边形机构二级平台欠约束问题,同时能提高二级运动平台引起的高阶固有频率。本文首先设计了波纹梁夹持型对称双平行四边形机构构型,并建立了机构的静、动力学的解析模型,同时对其工作方向刚度和前三阶固有频率进行有限元仿真和实验分析,验证了所设计机构的有效性。

### 1 波纹梁夹持型对称双平行四边形机构

本文首先提出了波纹梁结构,如图1所示。图1中,红色曲线是需要构造的正弦曲线。参见图1,在局部坐标系  $xOy$  中,建立正弦曲线  $L$  (单位为 mm), 即:

$$L:y = 0.8 \sin\left(\frac{\pi}{30}x + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{b}{4}. \quad (1)$$

其中,  $x \in (-L_c/2, L_c/2)$ ;  $T_c$ 、 $W_c$  和  $L_c$  分别表示波纹梁的厚度、宽度和直线长度。设计中,正弦曲线  $L$  在  $x$  方向的周期为 60 mm,  $y$  方向幅值为 0.8 mm。

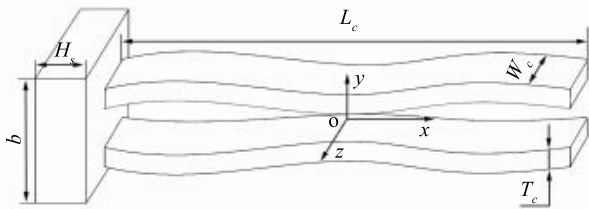


图1 波纹梁结构图

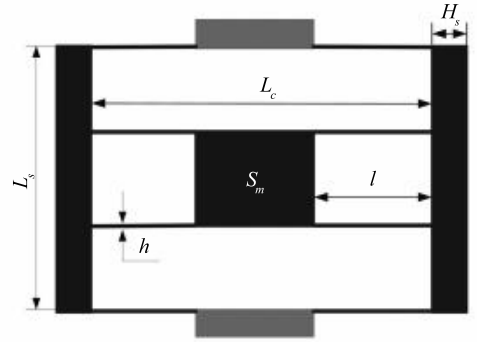
Fig. 1 Structure diagram of corrugated beam

将文中设计的波纹梁安装到传统双平行四边形机构(机构一),如图2(a)所示,由此形成了波纹梁夹持型双平行四边形机构(机构二),如图2(b)所示。由图2(b)可知,波纹梁的安装方式是将2个波纹梁上下对称安装到2个二级平台中间,安装位置深度在机构厚度  $b$  的四分之一和四分之三处。

改进后的机构二由1个主平台、2个二级平台、1个波纹梁夹持部分(包括2个波纹梁)、8个直梁和机架组成。其中,  $b$ 、 $l$ 、 $h$  分别表示直梁的宽度(机构的厚度)、长度和厚度;  $S_m$  表示主平台的面积;  $H_s$ 、

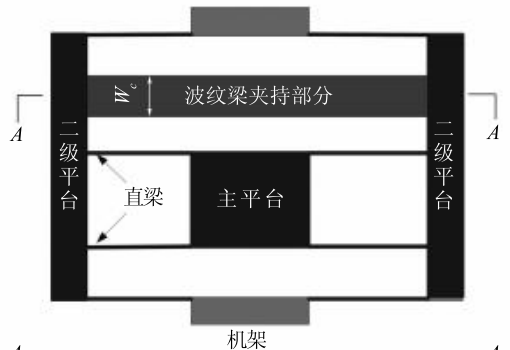
$L_s$  分别表示二级平台的长度、宽度;  $L_c$  表示两二级平台之间的距离,近似等同于波纹梁直线距离。

相比于直梁,安装的波纹梁轴向刚度相对较低,沿宽度方向抗弯能力较高,因此,将2根波纹梁上下对称安装在2个二级平台上,使2个二级平台平时能够沿工作方向同时运动,实现对二级平台的有效约束。



(a) 传统双平行四边形机构(机构一)

(a) Traditional double parallelogram mechanism (mechanism I)



(b) 波纹梁夹持型双平行四边形机构(机构二)

(b) Corrugated beam clamping type double parallelogram mechanism (mechanism II)

图2 双平行四边形机构示意图

Fig. 2 Schematic diagram of double parallelogram mechanism

### 2 静力学建模

双平行四边形机构单元设计原理如图3所示。通过双平行四边形柔性单元的变形原理可知,主平台沿着工作方向上的刚度  $K_m$  可表示为<sup>[6]</sup>:

$$K_y \approx \left[ 12 - \frac{3}{100} \left( \frac{F_x l^2}{EI} \right)^2 \right] \cdot \frac{EI}{l^3}, \quad (2)$$

其中,  $b$ 、 $l$  分别表示直梁的宽度和长度;  $E$  为机构材料的杨氏模量;  $I = bh^3/12$ ,  $h$  表示直梁的厚度;  $F_x$  表示主平台在工作方向上的受力。

忽略式(2)中的非线性项,得到双平行四边形

柔性单元在工作方向上的刚度为:

$$K_x \approx \frac{12EI}{l^3}, \quad (3)$$

因此,对称型双平行四边形柔性机构在工作方向上的刚度为:

$$K_m = 2 \cdot K_x = \frac{2Ebh^3}{l^3}. \quad (4)$$

由于机构二中2个二级平台侧向寄生位移较小,所引起的波纹梁上轴向内应力也较小,因此可以忽略波纹梁对机构工作刚度的影响。

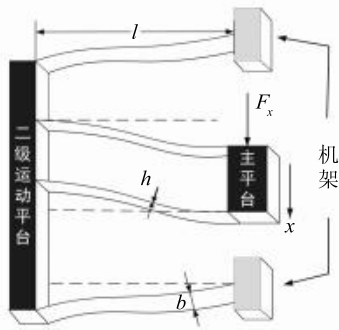


图3 双平行四边形机构单元原理图

Fig. 3 Schematic diagram of double parallelogram mechanism unit

### 3 动力学建模

利用能量法对波纹梁夹持型对称双平行四边形柔性机构进行动力学建模。首先,将机构二分成主平台、二级平台两个质量模块以及对应的刚度模块。可以得到如下公式:

$$\begin{cases} T = \frac{1}{2}M_s \dot{x}_s^2 + \frac{1}{2}M_m \dot{x}_m^2, \\ V = \frac{1}{2}K_s x_s^2 + \frac{1}{2}K_m x_m^2. \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} M_m = \rho b [(S_m + 4hl)], \\ M_s = \rho \{ b [(2L_s H_s + 4hl)] + 2T_c W_c L_c \}. \end{cases} \quad (6)$$

其中, $T$ 表示主运动平台和二级运动平台的动能之和; $V$ 表示2个模块的柔性梁弹性势能之和; $M_m$ 表示主运动平台与相应的直梁模块的质量; $M_s$ 表示二级运动平台与相应的直梁模块的质量; $K_m$ 表示主运动平台与相应直性梁模块的刚度; $K_F$ 表示二级运动平台与相应直性梁模块的刚度。

应用拉格朗日方程,可得:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{d(T-V)}{d\dot{x}_s} \right) - \left( \frac{d(T-V)}{dx_s} \right) = 0, \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{d(T-V)}{d\dot{x}_m} \right) - \left( \frac{d(T-V)}{dx_m} \right) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

令:

$$M = \begin{bmatrix} M_s & 0 \\ 0 & M_m \end{bmatrix}; \quad K = \begin{bmatrix} K_s + K_m & -K_m \\ -K_m & K_m \end{bmatrix}$$

整理可得:

$$M\ddot{X} + KX = 0 \quad (8)$$

式(7)、式(8)中, $X$ 的坐标系向量为 $[x_s, x_m]^T$ ; $M$ 为等效质量矩阵; $K$ 为等效刚度矩阵。

式(8)特征值问题为:

$$(K - \omega^2 M)X = 0, \quad (9)$$

令 $D = K - \omega^2 M$ ,忽略波纹梁组对刚度的影响,代入各刚度与质量表达式,可得:

$$D_c = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中,

$$\begin{cases} c_{11} = \frac{4Ebh^3}{l^3} - \rho b [2L_s H_s + hl + T_c W_c L_c] \omega_c^2; \\ c_{12} = -\frac{2Ebh^3}{l^3}; \\ c_{21} = -\frac{2Ebh^3}{l^3}; \\ c_{22} = \frac{2Ebh^3}{l^3} - \rho b [S_m + hl] \omega_c^2. \end{cases}$$

通过求解特征多项式 $\det(D) = 0$ ,可得对称型双平行四边形机构的角频率 $\omega$ 。根据固有频率公式,可得:

$$f_c = \frac{\omega}{2\pi}. \quad (11)$$

可以得到波纹梁夹持型双平行四边形机构的固有频率。由于机构二中波纹梁对其运动方向影响较小,故在计算机构二的固有频率时,只需要在二级平台上增加波纹梁的质量。但波纹梁的质量较小,因此对机构一阶固有频率的影响也较小。

### 4 有限元仿真分析

在三维软件 Solidworks 中,建立了传统双平行四边形机构和波纹梁夹持型双平行四边形机构的三维模型。然后,将其导入有限元仿真软件 ANSYS Workbench 中,分别建立这两种柔性机构的有限元模型,并进行静力学分析和模态分析。机构材料选为铝合金 Al7075,具体机构的关键尺寸和材料参数见表1。

表 1 双平行四边形机构的结构参数

Tab. 1 Structural parameters of the double parallelogram mechanism

参数	数值	参数	数值
$E/\text{GPa}$	71.7	$h/\text{mm}$	1
$\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	2 810	$W_c/\text{mm}$	10
$b/\text{mm}$	14	$l/\text{mm}$	25
$T_c/\text{mm}$	1	$L_c/\text{mm}$	90
$S_m/\text{mm}^2$	2 028	$L_s/\text{mm}$	77
$H_s/\text{mm}$	5		

静力学仿真结果如图 4 所示。在机构主平台的工作方向上施加 50 N 的力后,机构一和机构二分别产生了  $0.398\ 77 \times 10^{-3}\ \text{m}$  和  $0.398\ 6 \times 10^{-3}\ \text{m}$  的位移,可计算出其刚度分别为  $0.125\ 39\ \text{N}/\mu\text{m}$  和  $0.125\ 44\ \text{N}/\mu\text{m}$ ,改进后的机构二的刚度只增加了 0.04%,基本保持不变。另外,数值分析结果为  $0.125\ 4\ \text{N}/\mu\text{m}$ ,计算误差在 0.01%,较为理想。

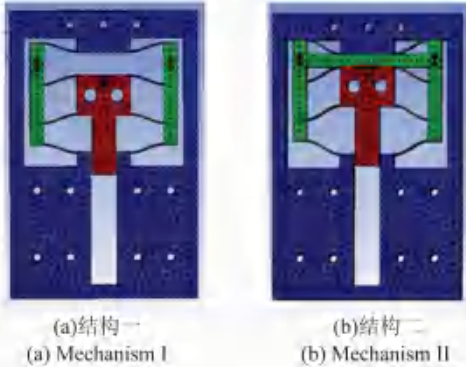


图 4 静力学仿真结果  
Fig. 4 Statics simulation results

机构二的前三阶模态如图 5 所示。这是仿真得到的波纹梁夹持型双平行四边形机构前三阶模态,分别为 179.16 Hz、484.55 Hz 和 622.32 Hz。机构一的前三阶固有频率分别为 180.76 Hz、440.99 Hz 和 498.28 Hz。由仿真结果比较可知,机构二的二阶和三阶固有频率分别提升了 9.9% 和 24.9%。

### 5 实验验证

首先,选择单独加工的波纹梁,通过螺栓连接的安装方式,将波纹梁对称安装到二级平台上,如图 6 所示。然后搭建测试系统,对机构的刚度特性进行实验分析,测试系统参见图 6。系统中,通过调整压电陶瓷驱动器后面的螺钉来对平台施加不同的作用力,同时分别利用测微仪(三门峡中原量仪股份有限公司出品,型号为 DGS-6C,分辨率为  $0.05\ \mu\text{m}$ )和力传感器(蚌埠传感器系统工程有限公司出品,型号为 JLBS-MD,量程为  $0 \sim 50\ \text{kg}$ )对机构主平台

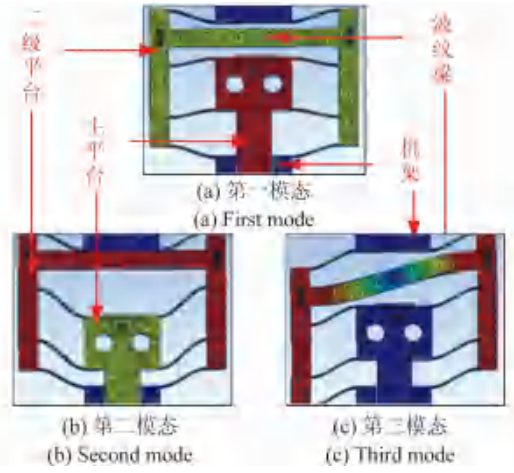


图 5 机构二的前三阶模态  
Fig. 5 The first three modes of mechanism II

的所受力和输出位移进行测量。通过计算被测力和位移差值比值,得到机构一和二在工作方向上的刚度分别为  $0.803\ \text{N}/\mu\text{m}$  和  $0.838\ \text{N}/\mu\text{m}$ 。显然,2 个机构的刚度大小几乎一致。但由于线切割时,对直梁的厚度产生较大误差,导致直梁厚度小于 1 mm,同时机构的实测刚度也变小,但不妨碍研究中机构一和机构二的刚度大小基本一致的实验结果验证。



图 6 机构二刚度测试系统  
Fig. 6 Stiffness test system of mechanism II

为了测量机构的动力学特性,使用了分辨率为  $0.05\ \mu\text{m}$  的电涡流位移传感器(上海振迪检测技术有限公司出品)来测量机构主平台的位移,如图 7 所示。实验过程中,在机构主平台施加一冲击载荷,使其自由振动,同时使用电涡流传感器测量其位移,基于 LabVIEW 搭建信号采集系统,并通过数据采集卡采集到信号,然后编写程序对测量时域信号进行频谱分析,得到实验结果见表 2。由表 2 可知,机构一前三阶固有频率分别为 152 Hz、380 Hz 和 425 Hz,而机构二前三阶固有频率分别为 150 Hz、415 Hz 和 556 Hz。通过对比,机构二在一阶固有频率基本保持不变的情况下二阶和三阶固有频率较机构一分别提高了 9.2% 和 30.8%。分析表 2 可知,实验结果与仿真结果变化趋势保持一致,证明了该设计机构在动力学性能的改进。

表2 有限元仿真和实验数据对比图

Tab. 2 Comparison of finite element simulation and experimental data

	波纹梁夹持型		传统型		提升率/%	
	频率 仿真值	频率 实验值	频率 仿真值	频率 实验值	仿真	实验
第一模态	179.16	150	180.76	152	-0.9	-1.3
第二模态	484.55	415	440.99	380	9.9	9.2
第三模态	622.32	556	498.28	425	24.9	30.8

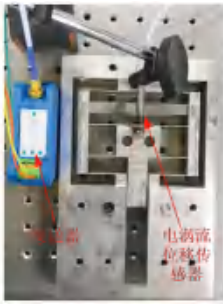


图7 机构二固有频率测试系统

Fig. 7 Natural frequency test system of mechanism II

## 6 结束语

首先,本文设计了一种基于波纹梁夹持的对称双平行四边形机构,在没有改变机构运动刚度和一阶固有频率的情况下,解决了传统双平行四边形机构二级平台的欠约束问题,从而改善传统机构动力学性能。文中首先对机构刚度进行建模,并采用能量法和模块化思想建立了机构的动力学解析模型。最后,对2种柔性机构的静动力学仿真结果和实验结果进行了对比分析,分析表明与传统对称双平行四杆机构相比,波纹梁夹持型对称双平行四杆机构的二、三阶模态的固有频率均有明显提高,对于提高

(上接第189页)

键,患者确认某行按键后,再循环选中该行中的每一个字母按键,兼顾了眨眼交互的效率。

## 4 结束语

本文提出了一种为渐冻人设计的有意识的眨眼交互系统。该交互系统采用眨眼作为人机交互的方式,并且患者的视线不需要长时间注视在屏幕上,提升了使用者的舒适度。渐冻症患者可以通过眨眼来操控图形界面的输出框显示出想要表达的内容,从而帮助其及时与医护人员沟通,该人机交互系统具有一定的创新性和实际应用价值。

大行程柔性机构的动力学特性和抑振能力具有重要意义。

## 参考文献

- [1] AWTAR S, MARIAPPAN D D. Experimental measurement of the bearing characteristics of straight-line flexure mechanisms[J]. Precision Engineering, 2017, 49: S0141635916304500.
- [2] SHORYA A. Synthesis and analysis of parallel Kinematic XY flexure mechanisms[J]. Review of Scientific Instruments, 2015, 16(3): 251-264.
- [3] BROUWER D M. Design principles for six degrees-of-freedom MEMS-based precision manipulators[J]. Precision Engineering, 2010, 34(2): 307-319.
- [4] SMITH S T. Flexures: Elements of elastic mechanisms [M]. USA: CRC Press, 2014.
- [5] LEGTENBERG R, GROENEVELD A W, ELWENSPOEK M. Comb-drive actuators for large displacements [J]. Journal of Micromechanics and Microengineering, 1999, 6(3): 320-329.
- [6] AWTAR S, SLOCUM H, SEVINCER E. Characteristics of beam-based flexure modules[J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 129(6): 625-639.
- [7] Brouwer D M. Design principles for six degrees-of-freedom MEMS-based precision manipulators[D]. The Kingdom of the Netherlands: University of Twente, 2007.
- [8] Jerman J H, Grade J D. Miniature device with translatable member: US, 6664707[P]. 2003-12-16.
- [9] BROUWER D M, OTTEN A, ENGELEN J B C, et al. Long-range elastic guidance mechanisms for electrostatic comb-drive actuators[C]//Proceedings of the 10th International Conference of the European Society for Precision Engineering and Nanotechnology (EUSPEN 2010). Delft, Netherlands: euspen, 2010: 142-1465.
- [10] PANAS R M, HOPKINS J B. Eliminating under-constraint in double parallelogram flexure mechanisms [J]. Journal of Mechanical Design, 2015, 137(9): 092301.
- [11] ROY N K, CULLINAN M A. Design and characterization of a two-axis, flexure-based nanopositioning stage with 50 mm travel and reduced higher order modes [J]. Precision Engineering, 2018, 53: 236-247.

## 参考文献

- [1] BROWN R H, SWASH M, PASINELLI P. Amyotrophic lateral sclerosis[M]. 2<sup>nd</sup> ed. Florida: CRC Press, 2006.
- [2] 刘晓阳. 罕见病群体网络社群的使用及其对心理健康的影响研究[D]. 厦门: 厦门大学, 2019.
- [3] 王浩冲, 沈小键, 贾磊, 等. 睿眼随心—渐冻人脑电辅助交互系统[J]. 物联网技术, 2018, 8(5): 13-14.
- [4] 张云, 李岚. 基于级联卷积神经网络的人脸特征点识别算法实现[J]. 兰州理工大学学报, 2020, 46(3): 105-109.
- [5] 朱富丽, 杨磊, 姬波. 基于增强并行级联卷积神经网络的人脸检测方法[J]. 计算机应用与软件, 2020, 37(11): 101-105, 111.
- [6] 黄婉婷, 胡小平. 一种基于张氏标定法的单目相机改进标定算法[J]. 导航与控制, 2019, 18(1): 105-111.
- [7] 余贵珍, 牛欢, 张艳飞, 等. 一种基于单目摄像头的前向物体横向距离标定方法: 中国, CN109087361A[P]. 2018-12-25.
- [8] 董小龙, 赵斯衍. 基于手势识别的人机交互技术的研究[J]. 电子制作, 2020(19): 73-74, 54.