

文章编号: 2095-2163(2022)10-0101-06

中图分类号: U414

文献标志码: A

基于沥青混合料均匀性分析的有限元劈裂 (IDT) 仿真研究

吕悦晶^{1,2}, 张沪生¹, 汤文¹, 樊宇², 程军勤³

(1 武汉科技大学汽车与交通工程学院, 武汉 430065; 2 青海省公路局, 西宁 810001;

3 青海省交通规划设计研究院有限公司, 西宁 810001)

摘要: 为研究沥青混合料均匀性对劈裂试验 (IDT) 的影响, 本研究基于数字图像技术提出一种沥青混合料均匀性评价指标, 并用该指标评价沥青混合料截面均匀性; 构建包含沥青砂浆和集料的二维沥青混合料细观模型, 开展有限元虚拟 IDT 试验, 以荷载峰值验证有限元方法的准确性和合理性, 有效模拟沥青混合料均匀性对 IDT 试验中劈裂强度的影响。结果表明, 劈裂强度的变异系数与均匀性指标之间具有较好的一致性, 均匀性越好, 劈裂强度变异系数越小。

关键词: 沥青混合料; 均匀性; 有限元; IDT 试验

Finite element splitting (IDT) simulation based on asphalt mixture uniformity analysis

LÜ Yuejing^{1,2}, ZHANG Husheng¹, TANG Wen¹, FAN Yu², CHENG Junqin³

(1 College of Automobile and Traffic Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430065, China;

2 Highway Bureau of Qinghai Province, Xining 810001, China; 3 Qinghai Transportation Planning and Design Institute Co., Ltd., Xining 810001, China)

[Abstract] In order to study the influence of asphalt mixture uniformity on split test (IDT), an evaluation index of asphalt mixture uniformity is proposed based on digital image technology. A two-dimensional meso model of asphalt mixture including asphalt mortar and aggregate is constructed, and the finite element virtual IDT test is carried out to verify the accuracy and rationality of the finite element method with the peak load, so as to effectively simulate the influence of asphalt mixture uniformity on the splitting strength in IDT test. The experimental results show that there is good consistency between the variation coefficients of splitting strength and the uniformity index. The experimental the consistency is, the smaller the variation coefficient of splitting strength is.

[Key words] asphalt mixture; uniformity; finite element method; IDT test

0 引言

沥青混合料均匀性直接影响沥青路面的的力学性能和使用寿命, 同时也是导致沥青路面早期损坏的主要因素之一。

目前, 国内外学者针对沥青混合料均匀性评价的研究已经取得了大量的成果。彭勇等人^[1-3]一直致力于从集料均匀性角度研究沥青混合料均匀性的量化表征问题, 通过考虑二维截面上集料的分布数量、分布位置、面积比和转动惯量等方面提出了相关均匀性评价指标。郭乃胜等人^[4]采用 CT 识别技术, 识别混合料试件内部结构, 并以粗集料、沥青胶浆和空隙各组分的密度和面积为主要特征参数, 建立了沥青混合料单一截面和单一试件的均匀性评价方法。李雪莲等人^[5]采用等面积环形分割法评价了就地热再生沥青混合料的均匀性。

然而, 到目前为止国内外学者对于均匀性与力学性能之间关系的研究仍然处于探索阶段, 且常规的试验方法很难用来研究二者之间的联系。因此, 本次研究从细观结构出发, 以沥青混合料粗集料 (>2.36 mm) 为主要特征参数, 建立了一种沥青混合料均匀性评价指标。然后在此基础上, 开展沥青混合料虚拟 IDT 试验数值模拟, 通过加载不同方向的沥青混合料截面来模拟沥青混合料均匀性对 IDT 试验的影响, 同时结合沥青混合料截面均匀性评价指标, 建立沥青混合料均匀性与沥青混合料低温抗裂性能之间的联系。

1 混合料试件制备及图像处理

1.1 试件制备

本文采用马歇尔试验设计方法, 根据《公路沥青路面施工技术规范》(JTG F40-2004) 推荐的级配范围进行沥青混合料配合比设计, 制作了 2 种级配

基金项目: 青海省重点研发与转化计划 (2021-QY-207); 国家重点研发计划 (2016YFB0303103); 青海省交通运输厅科技项目 (2022-01)。

作者简介: 吕悦晶 (1979-), 女, 博士, 教授, 主要研究方向: 路面材料及结构性能方面的研究。

收稿日期: 2022-03-05

类型的芯样(AC-13和AC-16)。制成试件之后在相同的CT设备参数下扫描沥青混合料试件,得到

图像精度为 1024×1024 的扫描图,沥青混合料级配组成见表1。

表1 不同级配沥青混合料的级配曲线

Tab. 1 Gradation curve of asphalt mixture with different gradation

级配编号	各档筛孔通过率 / %										
	19.0	16	13.2	9.5	4.75	2.36	1.18	0.6	0.3	0.15	0.075
AC-13	100	100.0	98.0	60.6	34.8	25.4	17.7	13.4	9.9	8.8	7.1
AC-16	100	97.5	82.5	68.0	52.5	41.0	29.5	22.0	16.0	11.0	6.0

1.2 图像处理

为了更好地提取粗集料信息,需要对原始图像进行处理。对获取CT图像进行特征分析发现图像质量主要受亮度和噪声的影响。本文采用降噪+灰度均衡+分水岭分割的策略提取粗集料信息。图像处理过程如图1所示。

由表2可知,AC-13和AC-16的颗粒分级临界筛孔都是4.75 mm,因此,以上文图像处理得到的沥青混合料CT二值化图为基础,以4.75 mm作为临界值进行颗粒分级,分别得到主骨架颗粒图和干涉颗粒图,颗粒分级结果如图2所示。

表2 粒径分级范围划分表

Tab. 2 Classification of particles size classification range mm

沥青混合料类型	主骨架颗粒粒径范围	干涉颗粒粒径范围
AC-13	4.75~16	2.36~4.75
AC-16	4.75~19	2.36~4.75

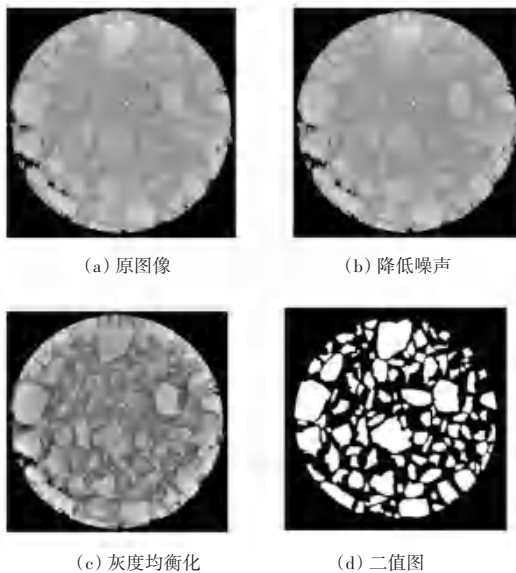


图1 图像处理示意图

Fig. 1 Schematic diagram of images processing

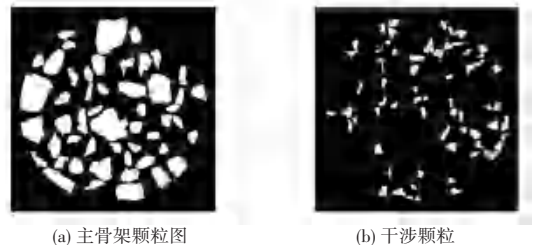


图2 颗粒分级示意图

Fig. 2 Schematic diagram of particles classification

最邻近指数理论是通过测度最邻近点的距离分析点的空间模式的一种常用的方法。具体定义如下:对于面积大小为 $N \times N$ 的区域内随机分布点集 P ,计算点集 P 中任意一点与其最邻近点的距离 d_{\min} ,取这些最邻近距离的均值作为评价区域内点模式分布的指标,进而计算最邻近指数、即实际观测模式和完全随机模式(CSR)之间的比值来分析点的分布,该值可由如下公式计算得出:

$$E(d_{\min}) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{n}{A}}} \quad (1)$$

$$R = \frac{\bar{d}_{\min}}{E(d_{\min})} \quad (2)$$

其中, \bar{d}_{\min} 为该点集分布模式下最邻近点距离 d_{\min} 的平均值; $E(d_{\min})$ 为CSR模式下最邻近点平均距离; A 为研究区域的面积。

根据最邻近指数,可对点模式进行推断,依据如下:

(1)若 $R = 1$,点模式来自于CSR,属于随机分布。

2 截面均匀性评价方法及指标

在沥青混合料均匀性研究中,粗集料的分布状态决定了其他组成成分的分布状态。因此,本文在获取CT图像粗集料信息后,以最邻近指数理论和沥青混合料颗粒分级理论^[6]为基础,建立了一种沥青混合料均匀性评价方法。

2.1 相邻集料位置分布

在沥青混合料均匀性研究中,不同粒径的集料颗粒在混合料中发挥的作用并不相同,因此在研究相邻集料位置分布前对沥青混合料中的颗粒进行分级。根据邢超^[6]研究结果,本文将粗集料分为2种类型:较粗的部分为主骨架颗粒,较细的部分为干涉颗粒,颗粒之间的粒径划分见表2。

(2) 若 $R < 1$, 点模式不来自于 CSR, 随机点在空间上相互接近, 属于空间聚集模式, R 值越小, 则越聚集。

(3) 若 $R > 1$, 点模式不来自于 CSR, 由于点之间的最邻近距离大于 CSR 过程的最邻近距离, 空间点是相互排斥地, 趋向于均匀分布, 且 R 值越大, 越均匀。

各级颗粒相邻位置分布通过该级颗粒的加权最邻近指数来衡量。即以粗集料的质心点作为不规则随机点集, 考虑集料大小因素, 运用最邻近指数理论对粗集料的规则量化, 建立离散点之间的联系。此处需用到的系列公式为:

$$f_{Ni} = \frac{\bar{S}_N}{|S_{Ni} - \bar{S}_N| + \bar{S}_N} \quad (3)$$

$$D_{Ni} = f_{Ni} d_{Nmin} \quad (4)$$

$$\bar{D}_{Nmin} = \frac{\sum_{i=1}^n D_{Ni}}{n} \quad (5)$$

$$R_N = \frac{\bar{D}_{Nmin}}{E(d_{Nmin})} \quad (6)$$

其中, N 为沥青混合料颗粒分级, $N = 1$ 表示主骨架颗粒分布, $N = 2$ 表示干涉颗粒分布; f_{Ni} 为第 N 级颗粒中第 i 颗集料的面积权重; \bar{S}_N 为第 N 级颗粒中所有集料的面积均值; S_{Ni} 为第 N 级颗粒中第 i 颗集料的面积; \bar{D}_{Nmin} 为截面上第 N 级颗粒集料质心之间加权平均最邻近距离; D_{Ni} 为第 N 级颗粒第 i 颗集料的加权最邻近距离; $E(d_{Nmin})$ 为第 N 级颗粒质心在 CSR 模式下最邻近点平均距离; R_N 为截面上第 N 级颗粒集料分布加权最邻近指数。

2.2 各级颗粒总质心分布

沥青混合料截面各级颗粒总质心分布状态通过该级粗集料的质心与截面几何中心的距离偏差率来衡量。公式为:

$$\bar{x}_N = \sum_{i=1}^n \frac{x_{Ni}}{n} \quad (7)$$

$$\bar{y}_N = \sum_{i=1}^n \frac{y_{Ni}}{n} \quad (8)$$

$$d_N = \sqrt{(x - \bar{x}_N)^2 + (y - \bar{y}_N)^2} \quad (9)$$

其中, x_{Ni}, y_{Ni} 表示第 N 级颗粒中第 i 颗粗集料质心的坐标位置; \bar{x}_N, \bar{y}_N 表示截面上第 N 级颗粒中粗集料等效质心坐标位置; x, y 表示截面几何中心坐标位置; n 表示第 N 级颗粒中粗集料的数量; d_N 表示截面上第 N 级颗粒集料质心与截面几何中心偏差。

为了除去量纲的影响, 将距离偏差 d_N 转化为量纲为 1 的距离偏差率 r_N 。公式为:

$$r_N = \frac{d_N}{L} \quad (10)$$

其中, L 表示截面几何中心至截面边缘的距离; r_N 表示截面上第 N 级颗粒集料质心与截面几何中心偏差率。

2.3 沥青混合料单截面均匀性评价及指标

提出 U_d 作为评价截面均匀性的指标, 其定义如下:

$$U_d = \sum_{i=1}^N k_i \frac{\partial l}{\partial R_i} + r_i \frac{\partial}{\partial} \quad (11)$$

$$k_i = \frac{A_i}{A} \quad (12)$$

其中, U_d 表示沥青混合料单一截面均匀性评价指标; k_i 表示沥青混合料截面第 i 级颗粒粗集料颗粒面积比; A_i 表示沥青混合料截面第 i 级颗粒粗集料总面积; A 表示沥青混合料截面内所有粗集料面积总和; R_i 表示沥青混合料截面第 i 级粗集料分布加权最邻近指数; r_i 表示沥青混合料截面第 i 级粗集料质心与截面几何中心偏差率。 U_d 值越小, 则沥青混合料截面越均匀。

3 IDT 试验有限元模型的建立

自编程序提取集料颗粒边界坐标信息, 实现与有限元软件接口互通, 采用三角形自由网格划分, 设定沥青网格等级为 6, 集料网格等级为 9。加载方式采用位移加载, 加载速率为 50 mm/min, 底部约束, 实验温度 -10 °C。底部通过 encastre 边界条件在每个自由度上固定。

文中采用广义 Max-well 模型, 并根据文献[7] 中在 -10 °C 下的动态模量试验结果推导 Prony 级数系数, 详见表 3。

表 3 广义 Maxwell 模型的 Prony 级数系数

Tab. 3 Prony series coefficients of generalized Maxwell model		
编号	T	C
1	3.97E-03	2.45E-07
2	1.82E-01	3.45E-06
3	1.63E+00	1.83E-06
4	3.84E+00	1.94E-06
5	1.07E+01	1.00E-06
6	2.62E+01	8.59E-07
7	6.60E+01	5.55E-07
8	2.16E+03	1.15E-07
E_0 / MPa		5.22E+03

假定沥青砂浆以及砂浆与集料之间的界面发生断裂, 断裂在法线方向和切向方向相同。断裂能由

Ding 等人^[7]在不同温度下三点弯曲试验的基础上确定。将沥青砂浆-集料界面的抗拉强度设置为低于整体抗拉强度, -10 °C 温度下 CZM 模型参数见表 4。

表 4 不同温度下 CZM 模型参数

Tab. 4 CZM model parameters at different temperatures

检测部位	抗拉强度 T_0 / MPa	断裂能 G / (Nmm · mm ⁻²)
主体部分	4.7	0.314
沥青-集料界面	4.5	0.314

为验证模型的合理性,通过仿真劈裂实验与室内劈裂实验进行比较。底部约束,顶部加载,加载速度 50 mm/min,实验温度 -10 °C,采用 8 组细观模型进行劈裂试验仿真模拟,计算分析得到实验的最大反力平均值,并与文献[8]的实际劈裂实验结果进行了比较,如图 3 所示。对比结果表明该模型能够较好地模拟 -10 °C 温度下沥青混合料的断裂行为。

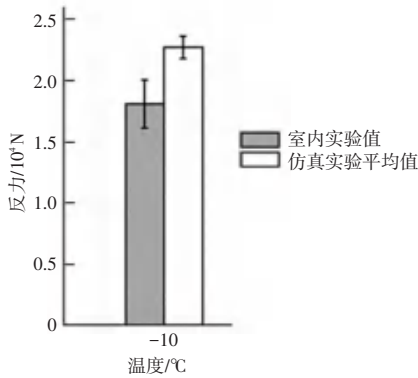


图 3 -10 °C 下模拟和实验室劈裂实验的最大反作用力

Fig. 3 Maximum reaction force of simulation and laboratory splitting test at -10 °C

表 5 -10 °C 下 IDT 试验中劈裂强度的模拟结果

Tab. 5 Simulation results of splitting strength in IDT test at -10 °C

级配类型	序号	不同方向加载时的强度/MPa						平均劈裂强度/MPa	变异性系数	均匀性评价指标
		0°	30°	60°	90°	120°	150°			
AC-13	1	2.605	2.697	2.653	2.558	2.478	2.566	2.593	0.027	1.313
	2	2.585	2.595	2.750	2.707	2.811	2.602	2.675	0.032	1.300
	3	2.541	2.585	2.524	2.512	2.671	2.573	2.568	0.020	1.259
	4	2.663	2.535	2.677	2.583	2.525	2.549	2.589	0.023	1.263
	5	2.565	2.514	2.602	2.481	2.608	2.655	2.571	0.022	1.290
	6	2.597	2.513	2.543	2.635	2.495	2.632	2.569	0.021	1.266
	7	2.677	2.564	2.485	2.540	2.511	2.585	2.561	0.024	1.239
	8	2.701	2.565	2.602	2.540	2.578	2.619	2.601	0.019	1.236
AC-16	1	2.641	2.756	2.477	2.636	2.736	2.644	2.649	0.034	1.354
	2	2.768	2.759	2.536	2.656	2.699	2.605	2.670	0.030	1.354
	3	2.542	2.755	2.672	2.702	2.703	2.563	2.656	0.029	1.368
	4	2.557	2.762	2.589	2.713	2.691	2.595	2.651	0.028	1.359
	5	2.533	2.722	2.633	2.633	2.509	2.498	2.588	0.031	1.337
	6	2.543	2.716	2.768	2.474	2.539	2.676	2.620	0.040	1.362
	7	2.533	2.722	2.807	2.639	2.601	2.718	2.670	0.033	1.378
	8	2.565	2.774	2.783	2.608	2.516	2.712	2.660	0.038	1.408

4 沥青混合料均匀性对劈裂试验的影响分析

沥青混合料为非均质、各向异性的颗粒复合材料,劈裂试验中不同的加载方向影响到试件内部结构特征间的力学响应。为研究沥青混合料均匀性对劈裂性能的影响机理,本文对成型的 AC-13、AC-16 沥青混合料标准马歇尔试件进行断层扫描,间隔 0.1 mm,剔除上、下部分的无效截面,保留 320 张 CT 断面图。由于断面图像数量众多,以同一间距分别在 2 组试件中选取 8 张典型截面进行后续研究,并根据定义,采用 Matlab 软件自编程序计算所取 CT 图像的沥青混合料截面均匀性指标,见表 5。

采用 Ansys 软件,自编程序对沥青试件二维截面进行不同方向加载,相同骨料分布的不同试件分别用试件断面水平夹角 0°、30°、60°、90°、120°、150° 模拟代替。采用劈裂强度 RT 作为宏观力学指标并与截面均匀性指标进行对比分析,其中加载示意图如图 4 所示。

按照上述步骤运行后,水平截面各次旋转之后的反力-时间曲线如图 5 所示(以图 1 展示的截面为例)。

由图 5 反力-时间曲线发现,不同加载方向对沥青混合料劈裂试验有一定程度的影响,但总体来说曲线之间的行为又具有相似性,且模拟得到的曲线与实际实验记录的曲线接近。

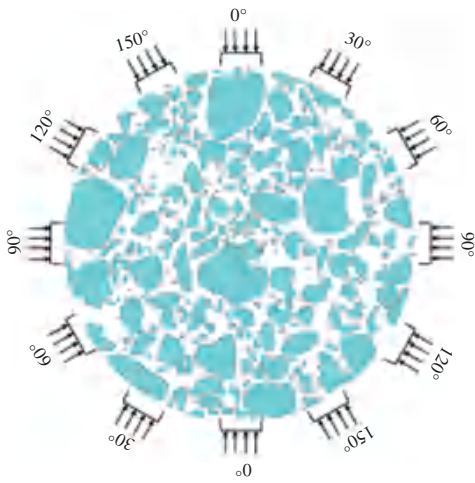


图 4 不同加载方向与分析点位示意图

Fig. 4 Schematic diagram of different loading directions and analysis points

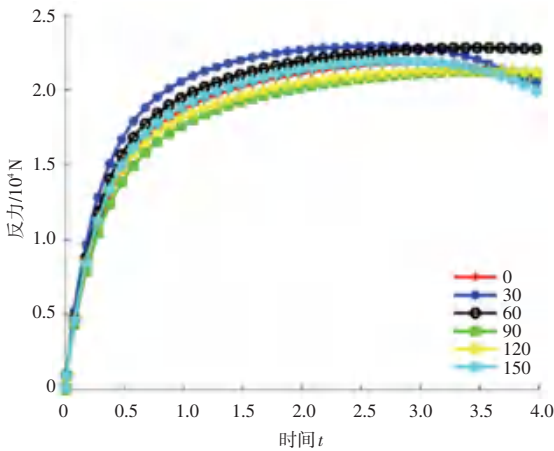


图 5 劈裂试验力-时间曲线

Fig. 5 Force-time curve of splitting test

由表 5 中劈裂试验数值模拟结果与截面均匀性指标分析后可以发现:

(1) 劈裂强度的变异性系数与均匀性评价指标间具有较好的一致性。

以劈裂强度变异性系数为纵坐标, 以均匀性指标为横坐标画散点图, 对其进行回归, 如图 6 所示。

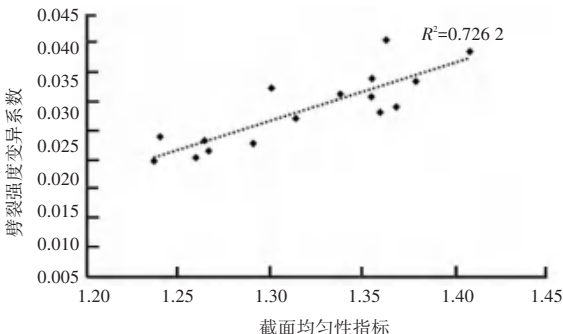


图 6 劈裂强度变异性系数与均匀性指标回归图

Fig. 6 Regression diagram of variation coefficients of splitting strength and uniformity index

结合表 5 和图 6 知, 劈裂强度变异性系数和均匀性指标之间在总体趋势上呈现为劈裂强度变异性系数越大, 均匀性评价指标 U_d 越大。即在总体趋势上, 沥青混合料截面均匀性越好, 对应的劈裂强度变化越小; 而截面均匀性越差, 劈裂强度的变化越大。但并不是严格意义上的一致, 也会存在劈裂强度变异性系数较大, 而均匀性评价指标较小的情况。例如 AC-13 试件中截面 1 和截面 2, 截面 1 的均匀性指标为 1.313 4, 相较于截面 2 的均匀性指标 1.300 4 更大, 均匀性更差, 但是截面劈裂强度的变异性系数却小于截面 2。沥青混合料均匀性并不是影响劈裂强度变异性系数的唯一因素, 集料的形状、大小以及级配组成都影响劈裂强度的变异性系数大小。

以所取截面均匀性评价指标的均值代替试件整体均匀性, 结果见表 6。

表 6 沥青混合料试件整体均匀性指标

Tab. 6 Overall uniformity index of asphalt mixture specimen

级配类型	U_d 平均值
AC-13	1.271 2
AC-16	1.365 4

同时, 以 8 组截面计算所得的劈裂强度变异性系数均值代替沥青混合料试件整体劈裂强度变异性系数, 如图 7 所示。

由表 6 和图 7 可知, AC-13 试件的均匀性整体上要优于 AC-16, 同时, AC-13 试件整体劈裂强度在变异性系数上也小于 AC-16。

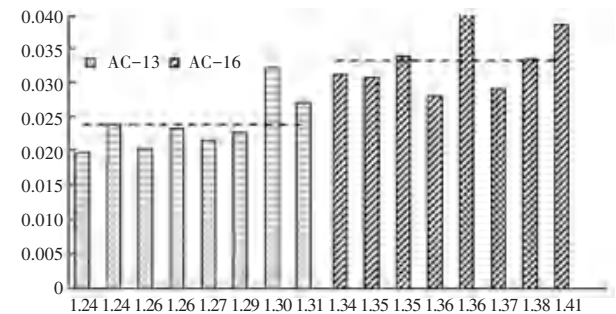


图 7 各级配均匀性指标与劈裂强度变异性系数直方图

Fig. 7 Histogram of distribution uniformity index and splitting strength variation coefficients at all levels

5 结束语

(1) 基于 CT 扫描及数字图像处理技术建立了一种沥青混合料二维截面均匀性评价方法, 提出了二维截面均匀性评价指标 U_d 。

(2) 自编程序构建了二维沥青混合料有限元模型, 并验证有限元方法的准确性和合理性。

(3) 沥青混合料均匀性指标与劈裂强度变异性系数之间相关性显著。均匀性越好, 劈裂强度变异性系数越小; 均匀性越差, 劈裂强度变异性系数越大。为进一步研究均匀性与力学性能之间关系, 提供了有益参考。

参考文献

- [1] 彭勇, 孙立军, 杨宇亮, 等. 一种基于数字图像处理技术的沥青混合料均匀性研究新方法[J]. 公路交通科技, 2004, 21(11): 10-12.
- [2] 彭勇, 孙立军. 基于分形理论沥青混合料均匀性评价方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2007, 39(10): 1656-1659.
- [3] 彭勇, 孙立军, 王元清, 等. 数字图像处理在沥青混合料均匀性评价中的应用[J]. 吉林大学学报(工学版), 2007, 37(02): 334-337.
- [4] 郭乃胜, 尤占平, 谭忆秋, 等. 基于 CT 技术的沥青混合料均匀性评价方法[J]. 中国公路学报, 2017, 30(01): 1-9.
- [5] 李雪连, 崔之靖, 吕新潮, 等. 就地热再生沥青混合料均匀性的细观评价指标[J]. 中国公路学报, 2020, 33(10): 254-264.
- [6] 邢超. 沥青混合料骨架填充体系细观结构及应力应变传递机制研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018.
- [7] DING Biao, ZOU Xiaolong, PENG Zixin, et al. Evaluation of

- fracture resistance of asphalt mixtures using the single-edge notched beams [J]. Advances in Materials Science and Engineering, 2018(3): 1-9.
- [8] 彭勇, 孙立军, 石永久, 等. 沥青混合料均匀性与材料力学性能关系[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(06): 142-145.
- [9] YIN Anyi, YANG Xinhua, YANG Zhenjun. 2D and 3D fracture modeling of asphalt mixture with randomly distributed aggregates and embedded cohesive cracks[J]. Procedia Iutam, 2013, 6: 114-122.
- [10] PENG Yong, SUN Lijun. Aggregate distribution influence on the indirect tensile test of asphalt mixtures using the discrete element method[J]. International Journal of Pavement Engineering, 2017, 18(8): 668-681.
- [11] 周瑜亮, 金浩. 基于骨料形态的细观混凝土建模与裂缝研究[J]. 华东交通大学学报, 2020, 37(03): 102-109.
- [12] 黄康桥, 赵程, 周伟, 等. 基于多场耦合模型的混凝土冻融三维细观研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2021, 55(01): 62-70.
- [13] 王端宜, 吴文亮, 张肖宁, 等. 基于数字图像处理和有限元建模方法的沥青混合料劈裂试验数值模拟[J]. 吉林大学学报(工学版), 2011, 41(04): 968-973.
- [14] 杨继康, 王晓川. 沥青混合料劈裂试验的细观模型验证与分析[J]. 中外公路, 2015, 35(02): 230-233.

(上接第 100 页)

参考文献

- [1] KOONCE P, RODEGERDTS L, LEE K, et al. Traffic signal timing manual[R]. United States. Federal Highway Administration, 2008.
- [2] CAI Xiaoyu, CAI Ming, ZHANG Youjie, et al. Research on driver reaction time in Internet of vehicles environment[J]. Journal of Computer Applications, 2017, 37(S2): 270-273.
- [3] 屈新明, 姚红云, 王玉刚. 基于信号交叉口车头时距分布的 VISSIM 仿真参数校核研究[J]. 交通运输研究, 2016, 2(01): 1-7.
- [4] SHI Haotian, ZHOU Yang, WU Keshu, et al. Connected automated vehicle cooperative control with a deep reinforcement learning approach in a mixed traffic environment [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2021, 133: 103421.
- [5] 王庞伟, 冯月, 邓辉, 等. 车联网环境下连续信号交叉口协同控制模型[J]. 交通信息与安全, 2021, 39(01): 145-154.
- [6] AMOOZADEH M, DENG Hui, CHUAH C N, et al. Platoon management with cooperative adaptive cruise control enabled by VANET[J]. Vehicular communications, 2015, 2(2): 110-123.
- [7] RAHMAN M S, ABDEL-ATY M. Longitudinal safety evaluation of connected vehicles' platooning on expressways [J]. Accident Analysis & Prevention, 2018, 117: 381-391.
- [8] BONNET C, FRITZ H. Fuel consumption reduction in a platoon: Experimental results with two electronically coupled trucks at close spacing [EB/OL]. [2000-08-21]. <https://doi.org/10.4271/2000-01-3056>.

- [9] SHLADOVER S E, SU Dongyan, LU Xiaoyun. Impacts of cooperative adaptive cruise control on freeway traffic flow [J]. Transportation Research Record, 2012, 2342(1): 63-70.
- [10] JIANG Nan. Optimal signal design for mixed equilibrium networks with autonomous and regular vehicles [J]. Journal of Advanced Transportation, 2017, 2017: 5649823.
- [11] GULER S I, MENENDEZ M. Using connected vehicle technology to improve the efficiency of intersections [J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2014, 46: 121-131.
- [12] 李磊, 单亚男, 李树彬, 等. 联网自动驾驶环境下的信号交叉口优化方法研究[J]. 山东科学, 2020, 33(05): 92-98.
- [13] 黄迪, 钱大琳, 赵春龙. 平交口右转机动车穿越直行自行车行为研究[J]. 北京交通大学学报, 2006, 30(03): 23-26.
- [14] 赖元文, 荣建, 刘小明. 短右转弯道影响下的信号交叉口的直行通行能力[J]. 公路交通科技, 2013, 30(03): 131-135.
- [15] 刘美岐, 沈莉潇, 金盛. 考虑右转信号控制的共用车道通行能力模型[J]. 浙江大学学报(工学版), 2017, 51(07): 1347-1354.
- [16] TREIBER M, HENNECKE A, HELBING D. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations [J]. Physical Review E, 2000, 62(2): 1805-1824.
- [17] KRAJEWSKI R, THEMANN P, ECKSTEIN L. Decoupled cooperative trajectory optimization for connected highly automated vehicles at urban intersections [C]//2016 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV). Gothenburg, Sweden: IEEE, 2016: 741-746.